

# Statistiques à une variable et probabilités

## 1. Statistiques à une variable

### 1.1. Mise en contexte

Lorsque nous avons un ensemble de données, il est intéressant de les analyser. Nous allons travailler cette section à l'aide d'un exemple. Nous allons recenser les âges des personnes présentes dans la classe et regarder les différentes informations que l'on peut en tirer.

Prénom	Age	Prénom	Age

### 1.2. Vocabulaire et définitions

#### 1.1.1. Série statistique

La **série statistique** est l'ensemble des données récoltées.

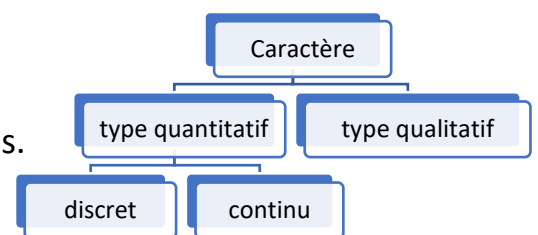
#### 1.1.2. Caractère ou variable statistique

Le **caractère**/la **variable** statistique est la caractéristique observée dans l'étude statistique.

Un caractère peut être de **type quantitatif** (valeurs numériques) ou **qualitatif**.

Un caractère de type quantitatif peut être

- **quantitatif discret**, c'est-à-dire que ses valeurs sont discrètes (exemple : l'âge, le nombre d'enfant, ...),
- ou **quantitatif continu**, c'est-à-dire que ses valeurs sont continues (exemple : la taille, la vitesse, ...). Parfois cela peut dépendre de l'énoncé.



### 1.1.3. Population

La **population** est l'ensemble des individus concernés par l'étude (exemple : ensemble de bonbons, de personnes, de marques,...).

### 1.1.4. Modalités

Les **modalités** d'une variable sont les différentes valeurs possibles que celle-ci peut prendre (exemple : 1,2,3,4,5 et 6 pour le lancer d'un dé).

### 1.1.5. Résultats

Les **résultats** sont l'ensemble des valeurs obtenues pour le caractère étudié. On les note  $x_i$ .

### 1.1.6. Effectifs

L'**effectif**, noté  $n_i$ , est le nombre d'objets ayant obtenu le résultat  $x_i$ .

### 1.1.7. Effectif total

L'**effectif total**, noté  $n$ , est le nombre total d'objets concerné par l'étude.

### 1.1.8. Fréquences

La **fréquence** d'un résultat  $x_i$  est le pourcentage de l'effectif total ayant obtenu le résultat  $x_i$ . Elle se note  $f_i$ .

### 1.1.9. Effectifs cumulés

Lorsque les résultats  $x_i$  sont ordonnés (selon  $i$ ), l'**effectif cumulé**  $N_i$  est la somme des  $i$  premiers effectifs.

### 1.1.10. Fréquences cumulées

Lorsque les résultats  $x_i$  sont ordonnés (selon  $i$ ), la **fréquence cumulée**  $F_i$  est la somme des  $i$  premières fréquences.

## 1.3. Exemple

Dans notre étude statistique :

a) Quel est la variable statistique observée ?

b) Quel est son type ?

## 2. Probabilités

### 2.1. Mise en contexte

Les probabilités s'intéressent à la chance qu'un événement puisse se produire. Intuitivement, la probabilité d'un événement est le pourcentage de chance de voir cet événement se concrétiser.

### 2.2. Vocabulaire

#### 2.2.1. Expérience aléatoire

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont l'issue ne peut pas être prédite avec certitude, même si elle est réalisée dans des conditions identiques.

#### 2.2.2. Catégorie d'épreuve

La **catégorie d'épreuve** d'une expérience aléatoire est l'ensemble des résultats pouvant être obtenus par une expérience aléatoire. Elle se note  $\Omega$ .

#### 2.2.3. Événement

Un **événement** d'une expérience aléatoire est un sous-ensemble de la catégorie d'épreuve  $\Omega$ . Il est souvent nommé par une lettre latine majuscule (A,B,...).

### 2.3. Exemple

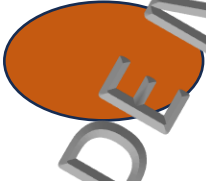
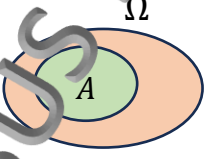
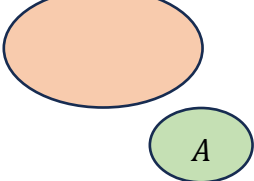

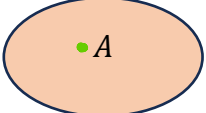
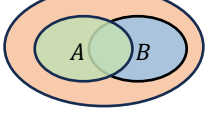
Dans ce chapitre, nous allons travailler avec le lancer d'un dé à 6 faces, et observer le résultat obtenu.

a) Dans notre exemple, quelles sont l'expérience aléatoire et la catégorie d'épreuve ?

b) Sur base de l'exemple, donne cinq événements différents.

## 2.4. Notions ensemblistes

Pour les notions ensemblistes, le mieux est de créer un tableau.

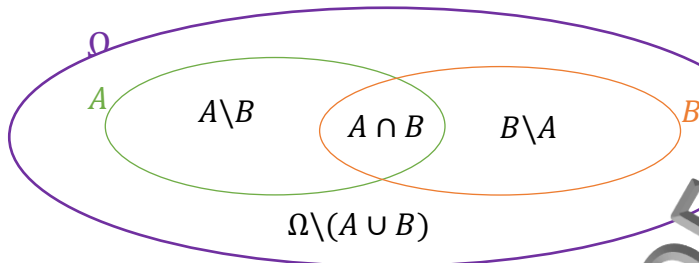
Vocabulaire	En langage courant	Notation	Représentation ensembliste	Exemples sur base de notre exemple
La <b>catégorie d'épreuve</b>	L'ensemble de tous les résultats possibles	$\Omega$		
$A$ est un <b>évènement</b> de l'expérience aléatoire	$A$ est une partie de $\Omega$ ( $A$ contient des éléments de $\Omega$ )	$A \subset \Omega$		
$A$ est un <b>évènement impossible</b> (aussi appelé « évènement nul »)	$A$ ne se réalise jamais	$A = \emptyset$		
$A$ est un <b>évènement certain</b>	$A$ se réalise toujours (donc $A$ est la catégorie d'épreuve,	$A = \Omega$		
$A$ est l' <b>évènement élémentaire</b>	Il n'y a qu'une seule manière de réaliser $A$	$A = \{a\}$		
L' <b>intersection</b> , appelée ici $C$ , de $A$ et de $B$	$C$ ne se réalise que si $A$ et $B$ se réalisent	$C = A \cap B$		

## 2.5. Représenter les probabilités

Il existe 3 manières de représenter un calcul de probabilités.

### 2.5.1. Les diagrammes de Venne

Il s'agit de représenter la situation sous forme d'ensembles.



Exemple : Nous allons considérer pour l'exemple les préférences du groupe classe sur certains types de films. A la différence des statistiques, le but n'est pas d'analyser les résultats en entier mais de prédire la chance de tomber, en prenant un élève au hasard, sur certaines situations. Fais le diagramme de Venne de la situation.

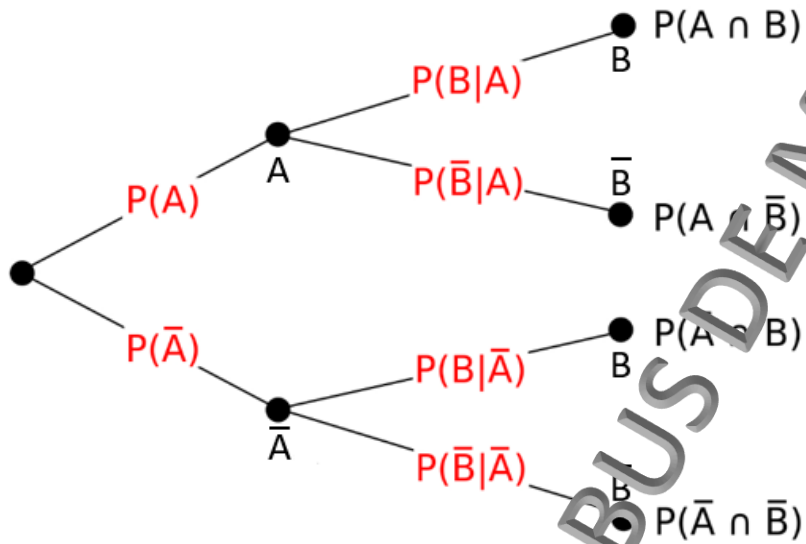
Nombre d'élèves (N.E.) dans la classe	N.E. qui aiment les films de superhéros	N.E. qui aiment les comédies	N.E. qui aiment les deux

Quelle est la probabilité de prendre au hasard dans la classe une personne qui aime les films de superhéros mais pas les comédies ?

- Quelle est la probabilité de prendre au hasard dans la classe une personne qui aime les films de superhéros et les comédies ?
- Quelle est la probabilité de prendre au hasard dans la classe une personne qui n'aime ni les films de superhéros ni les comédies ?

### 2.5.2. Les arbres de probabilités

Si on cherche la probabilité d'un événement qui se produit en phases successives avec un petit nombre de possibilités à chaque phase, nous pouvons la représenter sous forme d'arbre des probabilités.



EXTRAIT DU SYLLABUS DEMATH

## Exercices

### Statistiques

1) Un vendeur de parasol analyse ses ventes du mois. Il a vendu 22 parasols rouges, 25 verts, 8 roses, 10 bleus et 5 jaunes.

- Quelle est la population ?
- Quel est le caractère étudié ?
- Quel est son type ?
- Quelles sont ses modalités ?

e. Complète le tableau suivant :

Couleur	Rouge	Vert	Rose	Bleu	Jaune	Total
Effectifs						
Fréquences						

2) Dans un école de 450 élèves, le cinquième ne fait pas d'anglais, 225 pratiquent les deux langues et un dixième ne pratique ni anglais ni allemand.

- Combien d'élèves étudient seulement l'allemand ?
- Parmi les élèves de l'école, détermine le pourcentage d'élèves qui étudient uniquement l'allemand.
- Combien d'élèves étudient seulement l'anglais ?
- Parmi les élèves de l'école, détermine le pourcentage d'élèves qui étudient uniquement l'anglais.
- Parmi les élèves de l'école, détermine le pourcentage d'élèves qui étudient l'anglais ou l'allemand.

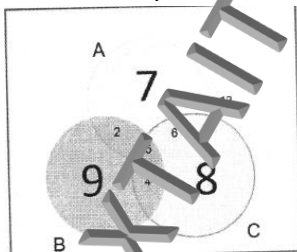
- 1) La direction d'une salle de spectacle fait une enquête sur les personnes qui assistent aux spectacles. Au cours des six derniers mois, on a relevé les données suivantes :

	Femmes	Hommes
Moins de 25 ans	75	54
Entre 25 et 40 ans	171	170
Entre 40 et 60 ans	310	270
Plus de 60 ans	284	166

Une personne se présente pour arriver au nouveau spectacle.

- La personne qui entre est une femme. Déterminer la probabilité pour que cette personne ait plus de 60 ans.
  - La personne qui entre a plus de 40 ans. Déterminer la probabilité pour que cette personne soit un homme.
- 2) Soient A et B des événements.  $P(A) = 0,5$  et  $P(B) = 0,6$ .
- Les événements A et B sont-ils incompatibles ? Pourquoi ?
  - En supposant que A et B sont indépendants, que vaut  $P(A \cup B)$  ?

- 3) Dans un établissement E, trois activités sportives sont proposées : A pour athlétisme, B pour basket et C pour canoë. Les élèves de cet établissement peuvent s'inscrire à autant d'activités qu'ils le souhaitent. En utilisant le diagramme de Venn ci-dessous,



- Déterminer le nombre d'élève de l'établissement.
- On interroge un élève de cet établissement au hasard.

- 4) Un modèle GSM d'une grande entreprise est produit par deux sous-traitants A et B. Chez le sous-traitant A, qui assure 40% de la production totale, 4% des téléphones sont défectueux et chez le sous-traitant B, 2% des téléphones sont défectueux.
- Réaliser un diagramme en arbre représentant la situation.
  - Si on prend un téléphone au hasard, quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ?
  - Si on prend un téléphone au hasard, quelle est la probabilité qu'il soit défectueux ou qu'il vienne du sous-traitant A ?
  - Si on prend un téléphone au hasard, quelle est la probabilité qu'il vienne du sous-traitant A s'il est défectueux ?
- 5) On tire une carte au hasard d'un jeu de 52 cartes.
- Quelle est la probabilité d'obtenir une carte noire portant un nombre premier ?
  - Vrai ou faux : « La probabilité d'obtenir une carte nombre de cœur est supérieure à obtenir une carte figure (peu importe la famille). Justifie.

6) Un sac contient des pièces anciennes exclusivement en or (O) et en argent (A). Certaines proviennent de Belgique (B) et d'autres de France (F).

a. Complète le tableau :

	O	A	Total
B			100
F		385	
Total	675		1500

c. On prélève une pièce au hasard.

a) Quelle est la probabilité qu'elle soit en or et provienne de Belgique ?

b) Quelle est la probabilité qu'une pièce soit en or ?

c) Justifie par calcul que les événements O et B sont indépendants.

EXTRAIT DU SYLLABUS DE MATHS